

Решение квадратных уравнений

Алгебра 8 класс.

Учитель:

Воронкова О.И.,
МБОУ «СОШ №18»

г. Энгельс

Приобретать знания - храбрость
Приумножать их - мудрость
А умело применять великое искусство

- * Квадратные уравнения – это фундамент, на котором покоится величественное здание алгебры. Квадратные уравнения находят широкое применение при решении тригонометрических,
- * показательных, иррациональных уравнений и неравенств.
- * В школьном курсе математики изучаются формулы корней квадратных уравнений, с помощью которых можно решать любые квадратные уравнения.
- * Однако имеются и другие приёмы решения квадратных уравнений, которые позволяют очень быстро и рационально решать квадратные уравнения.

Цели урока:

- *Обобщить и систематизировать изученный материал по теме: «Квадратные уравнения».*
- *Научить учащихся приёмам устного решения квадратных уравнений.*
- *Развивать внимание и логическое мышление.*
- *Воспитывать культуру поведения .*

Теоретическая разминка.

- * Как называется равенство, содержащее переменную?
- * Как называется число, обращающее уравнение в верное равенство?
- * Как называются уравнения, имеющие одни и те же решения?
- * Может ли уравнение вида $x^2 = a$ не иметь корней?

- * Как называется уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$, где a, b, c – некоторые числа, причем $a \neq 0$?
- * Как называется квадратное уравнение, в котором хотя бы один из коэффициентов b или c равен 0?

Квадратные уравнения

- ❖ Определение
- ❖ Классификация
- ❖ Способы решения
- ❖ Биография Виета
- ❖ Приемы устного решения
квадратных уравнений

Прием «переброски»

Определение

Квадратным уравнением называется уравнение вида $ax^2+bx+c=0$, где a, b, c – заданные числа, $a \neq 0$, x – неизвестное.

Числа a, b, c носят следующие названия:
 a - первый коэффициент, b - второй коэффициент, c - свободный член.

[Квадратные уравнения](#)

[Дальше](#)

Классификация

Полные: $ax^2+bx+c=0$,

где коэффициенты b и c отличны от нуля;

Решение

Неполные: $ax^2+bx=0$, $ax^2+c=0$ или $ax^2=0$

т.е. хотя бы один из коэффициентов b или c равен нулю;

Решение

Приведенные: $x^2+bx+c=0$,

т.е. уравнение, первый коэффициент которого равен единице ($a=1$).

Решение

Квадратные уравнения

Способы решения

Определите коэффициенты и вид квадратного уравнения:

а) $6x^2 - x + 4 = 0$

$a = 6, b = -1, c = 4;$

б) $12x - x^2 + 7 = 0$

$a = -1, b = 12, c = 7;$

в) $8 + 5x^2 = 0$

$a = 5, b = 0, c = 8;$

г) $x - 6x^2 = 0$

$a = -6, b = 1, c = 0;$

д) $-x + x^2 = 15$

$a = 1, b = -1, c = -15.$

Способы решения

- * Решение полных квадратных уравнений
- * Решение неполных квадратных уравнений
- * Решение приведенного квадратного уравнения

Квадратные уравнения

Решение полных квадратных уравнений

По формуле корней квадратного уравнения:

$$ax^2+bx+c=0,$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \quad , \text{ где } D=b^2-4ac$$

Выражение b^2-4ac называется **дискриминантом** квадратного уравнения

При $D > 0$ - 2 корня,

при $D = 0$ - 1 корень,

при $D < 0$ - нет корней

Квадратные уравнения

Способы решения

Решение неполных квадратных уравнений

1. $ax^2+bx=0$

$$x(ax+b)=0$$

$$\underline{x_1=0}, ax+b=0$$

$$ax=-b$$

$$\underline{x_2=-b/a}$$

2. $ax^2+c=0$

$$ax^2=-c$$

$$x^2=-c/a$$

3. $ax^2=0$

$$x^2=0$$

$$\underline{x_{1,2}=0}$$

Квадратные уравнения

Способы решения

Решение приведенного квадратного уравнения

1. По формуле корней квадратного уравнения

2. Метод выделения полного квадрата

Пример. $x^2 - 6x + 5 = 0$

$$(x-3)^2 = 4$$

$$x-3-2=0 \text{ или } x-3+2=0$$

$$x_1=5, \quad x_2=1$$

3. По теореме обратной теореме Виета

$$x^2 + bx + c = 0$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -b, \\ x_1 \times x_2 = c. \end{cases}$$

Биография Виета

Квадратные уравнения

Способы решения

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Приём «Коэффициентов»:

1) Если $a+b+c=0$, то $x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a}$.

2) Если $b = a + c$, то $x_1 = -1, x_2 = \frac{-c}{a}$.

Приёмы устного решения квадратных уравнений

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Если $a + b + c = 0$, то

$$x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a}$$

Например:

$$137x^2 + 20x - 157 = 0$$

$$x_1 = 1, x_2 = -\frac{157}{137}$$

$$2011x^2 + 2012x + 1 = 0$$

*

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Если $b = a + c$, то

$$x_1 = -1, x_2 = \frac{-c}{a}$$

Например:

$$20x^2 + 21x + 1 = 0$$

$$x_1 = -1, x_2 = -\frac{1}{20}$$

Решить уравнение

$$319x^2 + 1988x + 1669 = 0$$

$$x_1 = -1;$$

$$x_2 = -\frac{1669}{319}.$$

Квадратные уравнения с большими коэффициентами

1. $313x^2 + 326x + 13 = 0$

$$-1; \frac{-13}{313}$$

2. $839x^2 - 448x - 391 = 0$

$$1; -\frac{391}{839}$$

3. $345x^2 - 137x - 208 = 0$

$$1; -\frac{208}{345}$$

4. $939x^2 + 978x + 39 = 0$

$$-1; \frac{-39}{939}$$

Приём "переброски"

$$a \mp b + c \neq 0$$

$$\xrightarrow{\quad} 6x^2 - 7x - 3 = 0 \Rightarrow x^2 - 7x - 18 = 0$$

Корни 9 и (-2).

Делим числа 9 и (-2) на 6:

$$x_1 = \frac{9}{6}, x_2 = -\frac{2}{6}$$

Ответ: $\frac{3}{2}; -\frac{1}{3}$

[Реши уравнения](#)

Решаем устно

$$2x^2 - 9x - 5 = 0$$

$$x^2 - 9x - 10 = 0$$

Его корни 5 и -0,5

Ответ: 5; $-\frac{1}{2}$

Решите уравнение:

$$2x(x-1)=x^2+3x-2$$

Ответ:

$$x_1=3 \quad x_2=1$$

$$x_1=1 \quad x_2=-2$$

Нет корней

$$x_1=2 \quad x_2=-1$$

$$x^2-3\sqrt{2x}+4=0$$

Ответ:

$$x_{1,2}=3\pm\sqrt{2}$$

Нет корней

$$x_1=2\sqrt{2} \quad x_2=\sqrt{2}$$

$$x_1=\sqrt{3} \quad x_2=\sqrt{3}$$

$$(x-2)^2-(2x+1)(1-2x)=4x^2$$

Ответ:

$$x_1=2 \quad x_2=3$$

$$x_1=1 \quad x_2=3$$

$$x_1=2 \quad x_2=-0,5$$

Нет корней

$$\frac{x^2-x}{2}=(3x-1)^2+3$$

Ответ:

$$x_1=-2 \quad x_2=4$$

Нет корней

$$x_{1,2}=2\pm\sqrt{5}$$

$$x_1=2 \quad x_2=7$$

Реши уравнения

$$6x^2 - 5x + 1 = 0$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$3x^2 - 5x + 2 = 0$$

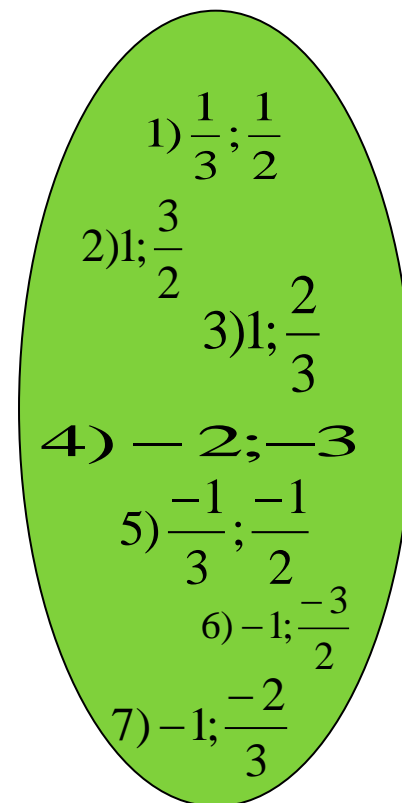
$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$6x^2 + 5x + 1 = 0$$

$$2x^2 + 5x + 3 = 0$$

$$3x^2 + 5x + 2 = 0$$

Прием «Переброски»



1) $\frac{1}{3}; \frac{1}{2}$
2) $1; \frac{3}{2}$
3) $1; \frac{2}{3}$
4) $-2; -3$
5) $\frac{-1}{3}; \frac{-1}{2}$
6) $-1; \frac{-3}{2}$
7) $-1; \frac{-2}{3}$

Прием «Коэффициентов»

Исторические сведения:

- * Квадратные уравнения впервые встречаются в работе индийского математика и астронома Ариабхатты.*
- * Другой индийский ученый Брахмагупта (VII в) изложил общее правило решения квадратных уравнений, которое практически совпадает с современным.*
- * В Древней Индии были распространены публичные соревнования в решении трудных задач. Задачи часто облекались в стихотворную форму.*

Это интересно

Когда уравнение
решаешь дружок,
Ты должен найти у
него корешок.
Значение буквы
проверить несложно.
Поставь в уравнение
его осторожно.
Коль верное равенство
выйдет у вас,
То корнем значенье
зовите тотчас.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

По праву достойна в
стихах быть воспета
свойствах корней
теорема Виета.

Что лучше, скажи,
постоянства такого:

Умножишь ты корни – и
дробь уж готова?

В числителе **c**, в
знаменателе **a**.

А сумма корней тоже
дробь равна.

Хоть с минусом дробь,
что за беда.

В числителе **b**, в
знаменателе **a**.

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$
$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

Биография Виета



Франсуа Виет родился в 1540 году в городе Фонтене ле-Конт провинции Пуату. Получив юридическое образование, он в 19 лет успешно занимался адвокатской практикой в родном городе. Как адвокат Виет пользовался у населения авторитетом и уважением. Он был широко образованным человеком. В 1571 году Виет переехал в Париж и там познакомился с математиком Пьером Рамусом. Благодаря своему таланту и, отчасти, благодаря браку своей бывшей ученицы с принцем де Роганом, Виет сделал блестящую карьеру и стал советником Генриха III, а после его смерти - Генриха IV. В последние годы жизни Виет занимал важные посты при дворе короля Франции. Умер он в Париже в самом начале семнадцатого столетия. Есть подозрения, что он был убит.

Франсуа Виет родился в 1540 году в городе Фонтене ле-Конт провинции Пуату. Получив юридическое образование, он в 19 лет успешно занимался адвокатской практикой в родном городе. Как адвокат Виет пользовался у населения авторитетом и уважением. Он был широко образованным человеком. В 1571 году Виет переехал в Париж и там познакомился с математиком Пьером Рамусом. Благодаря своему таланту и, отчасти, благодаря браку своей бывшей ученицы с принцем де Роганом, Виет сделал блестящую карьеру и стал советником Генриха III, а после его смерти - Генриха IV. В последние годы жизни Виет занимал важные посты при дворе короля Франции. Умер он в Париже в самом начале семнадцатого столетия. Есть подозрения, что он был убит.

[Квадратные уравнения](#)

[Способы решения](#)

ИТОГ УРОКА.

- * **Домашнее задание:** п.4.1 – 4.6,
- * №333,323, 311(первый столбик).

- * **Рефлексия:**
- * Сегодня на уроке я запомнил...
- * Сегодня на уроке я научился...
- * Сегодня на уроке я узнал ...
- * Сегодня на уроке я выучил...
- * Сегодня на уроке было интересно ...
- * Сегодня на уроке мне понравилось ...

Литература.

- * Алгебра: учебник для 8 класса общеобразовательных учреждений С.М. Никольский
- * Дидактический материал по алгебре 8 класс М.К. Потапов и А.В. Шевкин.
- * Глейзер Г.И. История математики в школе VII – VIII классы. – М., 1982.
- * Колягин Ю.М. Методика преподавания математике в средней школе. Частные методики. – М.: Просвещение, 2002.
- * Маркушевич Л.А. Уравнения и неравенства в заключительном повторении курса алгебры средней школы Математика в школе. – 2001. - №1.
- * Методика и технология обучения математике. Курс лекций: пособие для вузов / под ред. Н.Л. Стефановой, Н.С. Подходовой. – М.: Дрофа, 2005.
- * Оганесян В.А. Методика преподавания математики в средней школе. – М.: Просвещение, 2003.